

Eksamen

Emnenavn:	MA-143
Emnenavn:	Statistikk
Dato:	24 mai 2012
Varighet:	4 timer
Antall ark:	7 inkludert vedlegg
Vedlegg:	Formler og tabeller, 4 ark
Tillatte hjelpemidler:	Kalkulator uten kommunikasjonsmulighet

Skriv studentnummer på alle innleverte ark.
Skriv bare på en side per ark.
Skriv høgst en oppgave per ark.

- **Oppgave 1**

Hvis du ønsker å teste en hypotese har du to muligheter: Enten kan du utføre et eksperiment, hvor du manipulerer forholdene systematisk i en gruppe og sammenligner denne med en kontrollgruppe, eller du kan basere deg på observasjoner, hvor du leter etter naturlig forekommende samvariasjon mellom variabler. Drøft kort fordeler og ulemper ved disse to metodene.

- **Oppgave 2**

a) Anta at $\log u = 2$ og at $\log v = 8$. Finn uten bruk av kalkulator:

i) $\log(uv)$ *ii)* $\log\left(\frac{v}{u}\right)$ *iii)* $\log(u^5)$

b) Vis hvordan du forenkler uttrykkene (uten å bruke kalkulator):

i) $32^{0,8}$ *ii)* $10000^{-2/5}$ *iii)* $4^{0,2} \cdot 3^{5^{-1}} \cdot 5^{\frac{1}{5}}$

c) Regn ut $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x \cdot (5 \cdot 3^x - 8^x)}{(7 \cdot 2^x - 5 \cdot 4^x) \cdot 4^x}$

d) Løs følgende ligninger:

i) $11 = 3^N \cdot 2 + 1$ *ii)* $10 = 2^{2^x}$

• Oppgave 3

I tabellen nedenfor er det oppført antall timer ulike hodepinetabletter har hatt virkning for 25 personer som har hatt mer enn 38°C i feber. Det er 5 forskjellige merker av tablettene, A, B, C, D og E.

A	B	C	D	E
5,2	9,1	3,2	2,4	7,1
4,7	7,1	5,8	3,4	6,6
8,1	8,2	2,2	4,1	9,3
6,2	6,0	3,1	1,0	4,2
3,0	9,1	7,2	4,0	7,6

Vi antar at virketida for tablettene er normalfordelt.

- Si kort hvorfor vi kan bruke ANOVA for å teste om den midlere virketida for tablettene er den samme for de 5 merkene, og skriv opp hypotesene som brukes i testen.
- Ved å bruke Excel med signifikansnivå 0,05 får vi utskriften nedenfor. Skriv opp konklusjonen av testen og forklar hvordan du kom fram til den. Kunne vi ha fått samme konklusjon med et annet signifikansnivå? Forklar hvordan du tenker.

Anova: Single Factor

SUMMARY

Groups	Count	Sum	Average	Variance
A	5	27,2	5,44	3,553
B	5	39,5	7,9	1,805
C	5	21,5	4,3	4,43
D	5	14,9	2,98	1,682
E	5	34,8	6,96	3,413

ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Between Groups	78,4216	4	19,6054	6,5865081	0,0014971	2,8660814
Within Groups	59,532	20	2,9766			
Total	137,9536	24				

- c. Utfør en test for å avgjøre om virketida til tablettene av merke A er signifikant forskjellig fra virketida til merke B. Bruk signifikansnivå 0,05.
- d. Test om spredningene til virketida til merkene A og B er signifikant forskjellige på 0,05 nivå. Hva har dette å si for testen du utførte i oppgave c?
- e. Produsenten av merke A påstår at en tablett har virkning i 7 timer. Har han rett i å påstå det ut fra disse dataene? Forklar.

• Oppgave 4

Vedlegg 1: tabell over biologiske variasjoner.

Referanseområde Kolesterol, kvinner og menn:

18-29 år: 2,9-6,1mmol/l

30-49 år: 3,3-6,9mmol/l

≥50 år: 3,9-7,8mmol/l

OPPGAVE.

Laboratoriet du jobber på skal starte analysering av Kolesterol i serum. Du er bedt om å forberede kvalitetskontroll delen. Du skal ta kontakt med leverandøren av kontrollmaterialet og lage et opplegg for analysering av kontrollene.

- 1) Hva er hensikten med kvalitetskontroller?
- 2) Hvilke krav vil du stille til kontrollmaterialet?
- 3) Hvordan vil du at kvalitetskontrollene skal analyseres? Tidspunkt, plassering i analyseserien, i forhold til vedlikehold?
- 4) Du får vite at leverandøren kan tilby kontroller i forskjellige verdi/område, hva vil du velge og hvorfor?
- 5) En kontroll med oppgitt verdi på $4,5 \pm 0,8$ du får tilsendt på prøve blir analysert 20 ganger og gir Middelvei: 4,52mmol/l, Standard avvik: 0,666mmol/l. Hva får du ut av disse opplysningene i forhold til metodens riktighet og presisjon? Hvordan står det til i forhold til kravene basert på biologiske variasjoner?
- 6) Du bestemmer deg for å anvende Westgard kontroll regel: $1_{3s}/2_{2s}$ (n=2) Forklar hvordan du handler etter denne regel.

	Analyte	Biological Variation		Desirable specification	
		CVw	CVg	I(%)	B (%)
S-	Calcium	1.9	2.8	1.0	0.8
U-	Calcium, concentration, 24h	27.6	36.6	13.8	11.5
U-	Calcium, ionized	1.7	2.2	0.9	0.7
U-	Calcium, output, 24h	26.2	27.0	13.1	9.4
S-	Carbohydrate deficient transferrin	7.1	38.7	3.6	9.8
S-	Carcinoembryonic antigen (CEA)	12.7	55.6	6.4	14.3
B-	CD4 lymphocyte count	25.0	---	12.5	---
S-	Ceruloplasmin	5.8	11.1	2.9	3.1
S-	Chloride	1.2	1.5	0.6	0.5
S-	Cholesterol	5.4	15.2	2.7	4.0
S-	Cholinesterase	7.0	10.4	3.5	3.1
S-	Cholinesterase, catalitic activity	5.4	10.3	2.7	2.9
S-	Cholinesterase, immunoreactive	6.4	---	3.2	---
S-	C3 complement	5.2	15.6	2.6	4.1
S-	C4 complement	8.9	33.4	4.5	8.6
P-	Copper	8.0	19.0	4.0	5.2
S-	Copper	4.9	13.6	2.5	3.6
S-	Cortisol	20.9	45.6	10.5	12.5
S-	C Peptide	9.3	13.3	4.7	4.1
S-	C-Propeptide type I procollagen	8.2	17.6	4.1	4.9
S-	C-Reactive protein	42.2	76.3	21.1	21.8
U-	C-Telopeptide type I collagen (s-CTX)	9.6	30.6	4.8	8.0
U-	C-Telopeptide type I collagen/creatinine, first urine	32.8	48.0	16.4	14.5
U-	C-Telopeptide type I collagen/creatinine,	23.4	---	11.7	---



Formler:

1. **KI for middelveien i et utvalg:** $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ $SEM = \frac{s}{\sqrt{n}}$

2. **KI for differensen mellom middelveiene i to utvalg:**

$$SEM_{diff} = \sqrt{(SEM_A)^2 + (SEM_B)^2}$$

3. **KI for et forholdstall:** $SEM = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$

4. **KI for differensen mellom to forholdstall:** $SEM_{diff} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot (1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2 \cdot (1-p_2)}{n_2}}$

5. **Test for en tallgruppe:**

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad SEM = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad t_{eks} = \frac{|\bar{x} - \mu|}{SEM} = \frac{|\bar{x} - \mu| \cdot \sqrt{n}}{s}$$

6. **Test for to uavhengige tallgrupper:**

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_x - 1) \cdot s_x^2 + (n_y - 1) \cdot s_y^2}{n_x + n_y - 2}} \quad t_{eks} = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{s_p} \cdot \sqrt{\frac{n_x \cdot n_y}{n_x + n_y}}$$

7. **Test for to avhengige tallgrupper:** $t_{eks} = \frac{|\bar{D}| \cdot \sqrt{n}}{s_D}$

8. **F-test** $F_{eks} = \frac{s_x^2}{s_y^2}$

9. **Kji-kvadrat-test:** $\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$

10. **Fortegnstest:** $z = \frac{r - np}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}}$

11. **Pearsons korrelasjonskoeffisient:** $r = \frac{\sum (x - \bar{X}) \cdot (y - \bar{Y})}{s_x \cdot s_y \cdot (n-1)}$

12. **Spearman's rangkorrelasjonskoeffisient:** $\rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum (D^2)}{n \cdot (n^2 - 1)}$

13. **Total tillatt feil:** $TE_{\alpha, 0,95} < B + 1,65 I$

14. **Test for korrelasjonskoeffisient:** $t = \frac{|r| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$

15. **Regresjonslinje:**

$$y = a \cdot x + b, \quad a = r \cdot \frac{s_y}{s_x}, \quad b = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$$

TABELLER

1. z-tabell

Tabellen viser sannsynlighet (p) i området fra μ til $\mu + z\sigma$ for en normalfordeling (μ = middelværdi, σ = standardavviket). Tallene i øverste rad er den andre desimalen i z-verdien.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0754
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2258	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2518	0,2549
0,7	0,2580	0,2612	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2996	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

2. t-tabell

Frihetsgrader	Tosidig sannsynlighet				
	0,05	0,02	0,01	0,001	0,0001
1	12,706	31,821	63,657	636,619	6366,198
2	4,303	6,965	9,925	31,599	99,992
3	3,182	4,541	5,841	12,924	28,000
4	2,776	3,747	4,604	8,610	15,544
5	2,571	3,365	4,032	6,869	11,178
6	2,447	3,143	3,707	5,959	9,082
7	2,365	2,998	3,499	5,408	7,885
8	2,306	2,896	3,355	5,041	7,120
9	2,262	2,821	3,250	4,781	6,594
10	2,228	2,764	3,169	4,587	6,211
11	2,201	2,718	3,106	4,437	5,921
12	2,179	2,681	3,055	4,318	5,694
13	2,160	2,650	3,012	4,221	5,513
14	2,145	2,624	2,977	4,140	5,363
15	2,131	2,602	2,947	4,073	5,239
16	2,120	2,583	2,921	4,015	5,134
17	2,110	2,567	2,898	3,965	5,044
18	2,101	2,552	2,878	3,922	4,966
19	2,093	2,539	2,861	3,883	4,897
20	2,086	2,528	2,845	3,850	4,837
21	2,080	2,518	2,831	3,819	4,784
22	2,074	2,508	2,819	3,792	4,736
23	2,069	2,500	2,807	3,768	4,693
24	2,064	2,492	2,797	3,745	4,654
25	2,060	2,485	2,787	3,725	4,619
26	2,056	2,479	2,779	3,707	4,587
27	2,052	2,473	2,771	3,690	4,558
28	2,048	2,467	2,763	3,674	4,530
29	2,045	2,462	2,756	3,659	4,506
30	2,042	2,457	2,750	3,646	4,482
40	2,021	2,423	2,704	3,551	4,321
60	2,000	2,390	2,660	3,460	4,169
100	1,984	2,364	2,626	3,390	4,053
120	1,980	2,358	2,617	3,373	4,025
∞	1,960	2,236	2,576	3,291	3,891

3. Konfidensintervall for median

Antall	Konfidensnivå 95 %	
	Nedre grense	Øvre grense
6	1	6
7	1	7
8	2	8
9	2	8
10	2	9
11	2	10
12	3	10
13	3	11
14	3	12
15	4	12
16	4	13
17	5	13
18	5	14
19	5	15
20	6	15
30	10	21
40	14	27
50	18	33
60	22	39
70	27	44
80	31	50
90	36	55
100	40	61

4. Kji-kvadrat

Frihetsgrader	Tosidig p-verdi		
	0,05	0,01	0,001
1	3,84	6,63	10,83
2	5,99	9,21	13,82
3	7,81	11,34	16,27
4	9,49	13,28	18,47
5	11,07	15,09	20,52
6	12,59	16,81	22,46
7	14,07	18,48	24,32
8	15,51	20,09	26,12
9	16,92	21,67	27,88
10	18,31	23,21	29,59
11	19,68	24,72	31,26
12	21,03	26,22	32,91
13	22,36	27,69	34,53
14	23,68	29,14	36,12
15	25,00	30,58	37,70
16	26,30	32,00	39,25
17	27,59	33,41	40,79
18	28,87	34,81	42,31
19	30,14	36,19	43,82
20	31,41	37,57	45,31

5. F-tabell

F-verdier – frihetsgrader i teller (vannrett) og nevner (loddrett)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	242	242	246	248	254
2	18,50	19,00	19,20	19,30	19,30	19,30	19,40	19,40	19,40	19,40	19,40	19,50	19,50
3	10,10	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,77	2,54	2,54
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,62	2,54	2,30
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,97	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,07
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	1,84
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,01	1,93	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92	1,84	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,19	2,09	2,02	1,96	1,91	1,75	1,66	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57	1,00

6. Q-tabell

Tosidig Q-tabell			
Antall observasjoner	p = 0,10	p = 0,05	p = 0,01
3	0,94	0,98	0,99
4	0,76	0,83	0,93
5	0,64	0,72	0,82
6	0,56	0,62	0,74
7	0,51	0,57	0,68
8	0,47	0,52	0,63
9	0,44	0,49	0,60
10	0,41	0,46	0,57

7. Kritiske verdier Grubbs test (p = 0,05)

n	Kritisk z	n	Kritisk z
3	1,15	27	2,86
4	1,48	28	2,88
5	1,71	29	2,89
6	1,89	30	2,91
7	2,02	31	2,92
8	2,13	32	2,94
9	2,21	33	2,95
10	2,29	34	2,97
11	2,34	35	2,98
12	2,41	36	2,99
13	2,46	37	3,00
14	2,51	38	3,01
15	2,55	39	3,03
16	2,59	40	3,04
17	2,62	50	3,13
18	2,65	60	3,20
19	2,68	70	3,26
20	2,71	80	3,31
21	2,73	90	3,35
22	2,76	100	3,38
23	2,78	110	3,42
24	2,80	120	3,44
25	2,82	130	3,47
26	2,84	140	3,49