

## Eksamen

**Emnekode:** MA-143  
**Emnenavn:** Statistikk og matematikk

**Dato:** 25. mai 2010  
**Tid:** 0900 – 1300

**Antall sider inkl. forside** 5 (inkl. 3 siders vedlegg)

**Tillatte hjelpemidler:** Skrivesaker, kalkulator.

**Merknader:**

Bokmål

### Oppgave 1

Når hypoteser skal testes finnes det to hovedveier du kan gå: Utføre et **eksperiment** eller basere seg på **observasjon av naturlig korrelasjon**. Eksperimenter kan brukes til å beskrive årsaksforhold, noe observasjon av naturlig korrelasjon ikke kan brukes til. Forklar hvorfor dette er tilfelle.

### Oppgave 2

På laboratoriet undersøker vi om analysemetoden for Kalsium oppfyller følgende:

Våre krav til riktighet er satt til **B** (bias)  $\leq 1/16$  av referanseintervallets bredde  
Våre krav til presisjon (satt på bakgrunn av biologiske variasjoner): **I**  $\leq 1/2 CV_w$

Dette gjør vi:

Vi kjører en sertifisert Standard 20 ganger og får:

Middelverdi:  $\bar{x} = 2,319$  mmol/l

Standard avvik:  $SD = 0,09$  mmol/l

Oppgitt verdi for Standarden er: 2,325 mmol/l

Referanseområde for Ca er: 2,15 - 2,51 mmol/l

I Ricós tabellen finner vi følgende:  $CV_w = 1.9\%$ ,  $CV_b = 2.8\%$

- Vurder riktigheten i metoden i forhold til disse krav.
- Vurder impresisjonen i forhold til våre krav.
- Nevn 2 faktorer som påvirker riktighet (nøyaktighet, systematisk feil).
- Nevn 2 faktorer som påvirker presisjonen (tilfeldige feil).

### Oppgave 3

- a** Du får oppgitt at  $\log 5 = 0,699$ .  
Vis hvordan du kan bruke denne verdien (uten å bruke kalkulator) samt det du vet om logaritmeregning til å regne ut følgende:  
i)  $\log 25$     ii)  $\log 0,5$     iii)  $\log 2$     iv)  $\log 20$     v)  $\log 32$
- b** Vis hvordan du forenkler uttrykkene uten å bruke kalkulator:  
i)  $2^{0,2} \cdot 5^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{5^{-1}}$     ii)  $(5^{\sqrt{2}} \cdot \pi^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$
- c** Finn  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+6^x) \cdot 6^x}{3^{2x}(2-4 \cdot 2^{2x})}$
- d** Ved en avdeling på et sykehus har de årlige utgiftene i en 8-årsperiode steget med 7 %. Hvor mye har utgiftene totalt steget på disse 10 årene?

### Oppgave 4

Ved et sykehus i Norge ble det i en periode registrert hvilken blodtype pasientene hadde. Av 134 pasienter hadde 68 av dem blodtype A. Tilsvarende tall ved et sykehus i Danmark viste at 37 av 87 pasienter hadde blodtype A.

- a** Beregn 95 % *KI* for andel pasienter med blodtype A ved sykehuset i Norge.
- b** Beregn 95 % *KI* for differensen mellom andel pasienter med blodtype A i Norge og i Danmark.
- c** Er det signifikant forskjell på resultatene?

### Oppgave 5

Ved en medisinsk undersøkelse i regi av Norges Idrettsforbund ble hemoglobininnholdet i blodet målt blant utøverne i ulike klubber. Her er resultatene fra to små klubber, A og B. Tallene er i g/100 ml.

A	16,4	17,2	16,8	17,2	15,6	15,9	16,1	17,0	16,7	16,1	15,5	17,4
B	16,8	14,5	14,6	15,8	16,0	15,3	12,9	14,7	16,3	15,2	17,0	14,9

- a** Finn 95 % konfidensintervall for differensen mellom middelverdiene i de to klubbene.
- b** Utfør en hypotesetest for å finne ut om det er signifikant forskjell mellom verdiene i de to klubbene.

**Formler:**

1. **KI for middelværdien i et utvalg:**  $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$   $SEM = \frac{s}{\sqrt{n}}$
2. **KI for differensen mellom middelværdiene i to utvalg:**  
 $SEM_{diff} = \sqrt{(SEM_A)^2 + (SEM_B)^2}$
3. **KI for et forholdstall:**  $SEM = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$
4. **KI for differensen mellom to forholdstall:**  $SEM_{diff} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot (1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2 \cdot (1-p_2)}{n_2}}$
5. **Test for en tallgruppe:**  
 $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$   $SEM = \frac{s}{\sqrt{n}}$   $t_{eks} = \frac{|x - \mu|}{SEM} = \frac{|x - \mu| \cdot \sqrt{n}}{s}$
6. **Test for to uavhengige tallgrupper:**  
 $s_p = \sqrt{\frac{(n_x - 1) \cdot s_x^2 + (n_y - 1) \cdot s_y^2}{n_x + n_y - 2}}$   $t_{eks} = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{s_p} \cdot \sqrt{\frac{n_x \cdot n_y}{n_x + n_y}}$
7. **Test for to avhengige tallgrupper:**  $t_{eks} = \frac{|D| \cdot \sqrt{n}}{s_D}$
8. **F-test**  $F_{eks} = \frac{s_x^2}{s_y^2}$
9. **Kji-kvadrat-test:**  $\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$
10. **Fortegnstest:**  $z = \frac{r - np}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}}$
11. **Pearsons korrelasjonskoeffisient:**  $r = \frac{\sum (x - \bar{X}) \cdot (y - \bar{Y})}{s_x \cdot s_y \cdot \sqrt{n-1}}$
12. **Spearman's rangkorrelasjonskoeffisient:**  $\rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum (D^2)}{n \cdot (n^2 - 1)}$



## 1. z-tabell

Tabellen viser sannsynlighet ( $p$ ) i området fra  $\mu$  til  $\mu + z\sigma$  for en normalfordeling ( $\mu$  = middelværdi,  $\sigma$  = standardavviket). Tallene i øverste rad er den andre desimalen i z-verdien.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0754
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2258	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2518	0,2549
0,7	0,2580	0,2612	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2996	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4686	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

## 2. t-tabell

Frihetsgrader	Tosidig sannsynlighet				
	0,05	0,02	0,01	0,001	0,0001
1	12,706	31,821	63,657	636,619	6366,198
2	4,303	6,965	9,925	31,599	99,992
3	3,182	4,541	5,841	12,924	28,000
4	2,776	3,747	4,604	8,610	15,544
5	2,571	3,365	4,032	6,869	11,178
6	2,447	3,143	3,707	5,959	9,082
7	2,365	2,998	3,499	5,408	7,885
8	2,306	2,896	3,355	5,041	7,120
9	2,262	2,821	3,250	4,781	6,594
10	2,228	2,764	3,169	4,587	6,211
11	2,201	2,718	3,106	4,437	5,921
12	2,179	2,681	3,055	4,318	5,694
13	2,160	2,650	3,012	4,221	5,513
14	2,145	2,624	2,977	4,140	5,363
15	2,131	2,602	2,947	4,073	5,239
16	2,120	2,583	2,921	4,015	5,134
17	2,110	2,567	2,898	3,965	5,044
18	2,101	2,552	2,878	3,922	4,966
19	2,093	2,539	2,861	3,883	4,897
20	2,086	2,528	2,845	3,850	4,837
21	2,080	2,518	2,831	3,819	4,784
22	2,074	2,508	2,819	3,792	4,736
23	2,069	2,500	2,807	3,768	4,693
24	2,064	2,492	2,797	3,745	4,654
25	2,060	2,485	2,787	3,725	4,619
26	2,056	2,479	2,779	3,707	4,587
27	2,052	2,473	2,771	3,690	4,558
28	2,048	2,467	2,763	3,674	4,530
29	2,045	2,462	2,756	3,659	4,506
30	2,042	2,457	2,750	3,646	4,482
40	2,021	2,423	2,704	3,551	4,321
60	2,000	2,390	2,660	3,460	4,169
100	1,984	2,364	2,626	3,390	4,053
120	1,980	2,358	2,617	3,373	4,025
$\infty$	1,960	2,236	2,576	3,291	3,891

